

Математическая основа карт

Земной эллипсоид

Известно, что Земля шарообразна. Фигура ее неправильна, и, как всякое вращающееся тело, она немного сплюснута у полюсов. Кроме того, из-за неравномерного распределения масс земного вещества и глобальных тектонических деформаций Земля имеет обширные, хотя и довольно пологие, выпуклости и вогнутости.

Сложную фигуру нашей планеты, ограниченную уровнем поверхности океана, называют *геоидом*. Точно определить его форму практически невозможно, но современные высокоточные измерения со спутников позволяют иметь о нем достаточно хорошее представление.

Наилучшее геометрическое приближение к реальной фигуре Земли дает *эллипсоид вращения* — геометрическое тело, которое образуется при вращении эллипса вокруг его малой оси. Сжатие эллипсоида моделирует сжатие планеты у полюсов.

Вычисление и уточнение размеров земного эллипсоида, начатое еще в XVIII в., продолжается по сей день. Теперь для этого используют спутниковые наблюдения и точные гравиметрические измерения. Это непростая задача: нужно рассчитать геометрически правильную фигуру — *референт-эллипсоид*, который наилучшим образом приближен к геоиду и относительно которого будут выполняться все геодезические вычисления и рассчитываться картографические проекции. Многие исследователи, пользуясь разными исходными данными и методиками расчета, получают неодинаковые результаты. Поэтому исторически сложилось так, что в разные времена и в разных странах были приняты и законодательно закреплены различные эллипсоиды, и их параметры не совпадают между собой.



Меридиональное сечение геоида и земного эллипсоида.

В России принят *референц-эллипсоид Ф. Н. Красовского*, вычисленный в 1940 г. Его параметры таковы:

большая полуось (a) — 6 378 245 м; малая полуось (b) — 6 356 863 м; сжатие $\alpha = (a - b)/a = 1 : 298,3$.

В США и Канаде использовали эллипсоид Кларка, рассчитанный еще в 1866 г., его большая полуось на 39 м короче, чем в российском эллипсоиде. Во многих странах Западной Европы и некоторых государствах Азии принят эллипсоид Хейфорда, вычисленный в 1909 г., а в бывших английских колониях — в Индии и странах Южной Азии, используют рассчитанный англичанами в 1830 г. эллипсоид Эвереста.

В 1984 г. на основе спутниковых измерений вычислен международный эллипсоид WGS-84 (World Geodetic System). Всего в мире насчитывается около полутора десятков разных эллипсоидов.

Карты, составленные на основе разных эллипсоидов, получаются в несколько различающихся координатных системах, что создает неудобства. Однако для принятия единого международного эллипсоида требуется перевычислить координаты, и пересоставить все карты, а это долгое, сложное и, главное, дорогостоящее дело.

Несовпадения заметны главным образом на крупномасштабных картах при определении по ним точных координат объектов. Но на широко используемых географами средне- и мелкомасштабных картах такие различия не очень чувствительны. Более того, иногда вместо эллипсоида берут шар и тогда в качестве среднего радиуса Земли принимают величину $R = 6367,6$ км.

Для того чтобы добиться наименьших искажений, применяют также способ двойного проектирования: сперва эллипсоид проектируют на шар, а затем шар — на плоскость.

Масштабы карт

Масштаб карты — степень уменьшения объектов на карте относительно их размеров на земной поверхности (точнее, на поверхности эллипсоида).

Строго говоря, масштаб постоянен только на планах, охватывающих небольшие участки территории. На географических картах он меняется от места к месту и даже в одной точке — по разным направлениям, что связано с переходом от сферической поверхности планеты к плоскому изображению. Поэтому различают главный и частный масштабы карт. *Главный масштаб* показывает, во сколько раз линейные размеры на карте уменьшены по отношению к эллипсоиду или шару. Этот масштаб подписывают на карте, но необходимо иметь в виду, что он справедлив лишь для отдельных линий и точек, где искажения отсутствуют. *Частный масштаб* отражает соотношения размеров объектов на карте и эллипсоиде (шаре) в данной точке. Он может быть больше или меньше главного.

В общем случае чем мельче масштаб картографического изображения и чем обширнее территория, тем сильнее сказываются различия между главным и частным масштабами. В России для топографических и обзорно-топографических карт установлена система масштабов.

Масштабы общегеографических карт

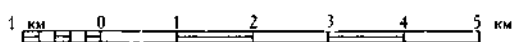
<i>Численный масштаб</i>	<i>Название карты</i>
1:5000	Пятитысячная
1:10000	Десятитысячная
1:25 000	Двадцатипятитысячная
1:50000	Пятидесятитысячная
1:100000	Стотысячная
1:200 000	Двухсоттысячная
1:300 000	Трехсоттысячная
1:500 000	Пятисоттысячная
1:1 000000	Миллионная

Тематические карты составляются в этих и других масштабах. Обзорные географические карты могут составляться в любых масштабах мельче миллионного: 1:1 500 000, 1:2500000 и т.д.

Старые русские карты составлялись в неметрических масштабах, и на них использовались старые меры длины — верста (1,067 км), сажень (2,134 м), дюйм (2,54 см). Многие старые карты, сохранившиеся до наших дней, ценны как научные документы, точно отражающие состояние окружающей среды, какой она была 100 и более лет тому назад. Но чтобы сопоставлять эти карты с современными, приходится пользоваться неметрическими масштабами.

На морских навигационных и некоторых английских и американских картах можно и по сей день встретить английскую систему мер: одна английская миля равна 1,609 км, она содержит в себе 5280 футов, или 63 360 дюймов.

Масштаб указывается на картах в разных вариантах. **Численный масштаб** представляет собой дробь с единицей в числителе, он показывает, во сколько раз длины на карте меньше соответствующих длин на местности (например, 1:1 000 000). **Линейный (графический) масштаб** дается на полях карты в виде линейки, разделенной на равные части (обычно сантиметры), с подписями, означающими соответствующие расстояния на местности. Он удобен для измерений по карте. **Именованный масштаб** указывает в виде подписи, какое расстояние на местности соответствует одному сантиметру на карте (например, в 1 см 1 км).



Линейный масштаб

1:100 000
В 1 см 1 км

Численный масштаб
Именованный масштаб

Картографические проекции

Картографическая проекция — это математически определенное отображение поверхности эллипсоида или шара на плоскость карты.

Проекция устанавливает однозначное соответствие между геодезическими координатами точек (широтой и долготой) и их прямоугольными координатами (X и Y) на карте.

Это реализуется сложными математическими зависимостями, их число бесконечно, а следовательно, разнообразие картографических проекций практически неограниченно.

Исходная аксиома при изыскании любых картографических проекций состоит в том, что **сферическую поверхность земного шара (эллипсоида, глобуса) нельзя развернуть на плоскости карты без искажений**.

Неизбежно возникают деформации — сжатия и растяжения, различные по величине и направлению. Именно поэтому на карте возникает непостоянство масштабов длин и площадей.

Иногда искажения картографических проекций очень заметны, например очертания материков выглядят непривычно вытянутыми или сплюснутыми, а другие части изображения становятся раздутыми. Искажаются не только размеры, но и формы объектов.

В картографических проекциях могут присутствовать следующие виды искажений:

искажения длин — вследствие этого масштаб карты непостоянен в разных точках и по разным направлениям, а длины линий и расстояния искажены;

искажения площадей — масштаб площадей в разных точках карты различен, что является прямым следствием искажений длин и нарушает размеры объектов;

искажения углов — углы между направлениями на карте искажены относительно тех же углов на местности;

искажения форм — фигуры на карте деформированы и не подобны фигурам на местности, что прямо связано с искажениями углов.

Любая бесконечно малая окружность на шаре (эллипсоиде) предстает на карте бесконечно малым эллипсом — его называют **эллипсом искажений**. Его размеры и форма отражают искажения длин, площадей и углов, а ориентировка большой оси относительно меридиана и параллели — направление наибольшего растяжения.

В ряде проекций существуют линии и точки, где искажения отсутствуют и сохраняется главный масштаб карты — это **линии и точки нулевых искажений**. Для наиболее употребительных проекций существуют специальные вспомогательные карты, на которых показаны эти линии и

точки, а кроме того проведены **изоколы** — линии равных искажений длин, площадей, углов или форм. При определении размеров искажений в заданной точке можно воспользоваться картами изокол либо провести несложные измерения, а затем — вычисления по приведенным выше формулам.

Классификация проекций по характеру искажений

Равновеликие проекции сохраняют площади без искажений. Такие проекции удобны для измерения площадей объектов, однако, в них значительно нарушены углы и формы, что особенно заметно для больших территорий. Например, на карте мира приполярные области выглядят сильно сплюснутыми.

Равноугольные проекции оставляют без искажений углы и формы контуров, показанных на карте. Элементарная окружность в таких проекциях всегда остается окружностью, но размеры ее сильно меняются. Такие проекции особенно удобны для определения направлений и прокладки маршрутов по заданному азимуту, поэтому их всегда используют на навигационных картах. Зато карты, составленные в равноугольных проекциях, имеют значительные искажения площадей.

Равнопромежуточные проекции — произвольные проекции, в которых масштаб длин по одному из главных направлений постоянен и обычно равен главному масштабу карты. Соответственно различают проекции **равнопромежуточные по меридианам** — в них без искажений остается масштаб вдоль меридианов, и **равнопромежуточные по параллелям** — в них сохраняется постоянным масштаб вдоль параллелей. В таких проекциях присутствуют искажения площадей и углов, но они как бы уравниваются.

Произвольные проекции — это все остальные виды проекций, в которых в тех или иных произвольных соотношениях искажаются и площади, и углы (формы). При их построении стремятся найти наиболее выгодное для каждого конкретного случая распределение искажений, достигая как бы некоторого компромисса. Скажем, выбирают проекции с минимальными искажениями в центральной части карты, «сбрасывая» все сжатия и растяжения к краям.

Классификация проекций по виду нормальной картографической сетки

Вспомогательными поверхностями при переходе от эллипсоида или шара к карте могут быть плоскость, цилиндр, конус, серия конусов и некоторые другие геометрические фигуры.

Цилиндрические проекции — проектирование шара (эллипсоида) ведется на поверхность касательного или секущего цилиндра, а затем его

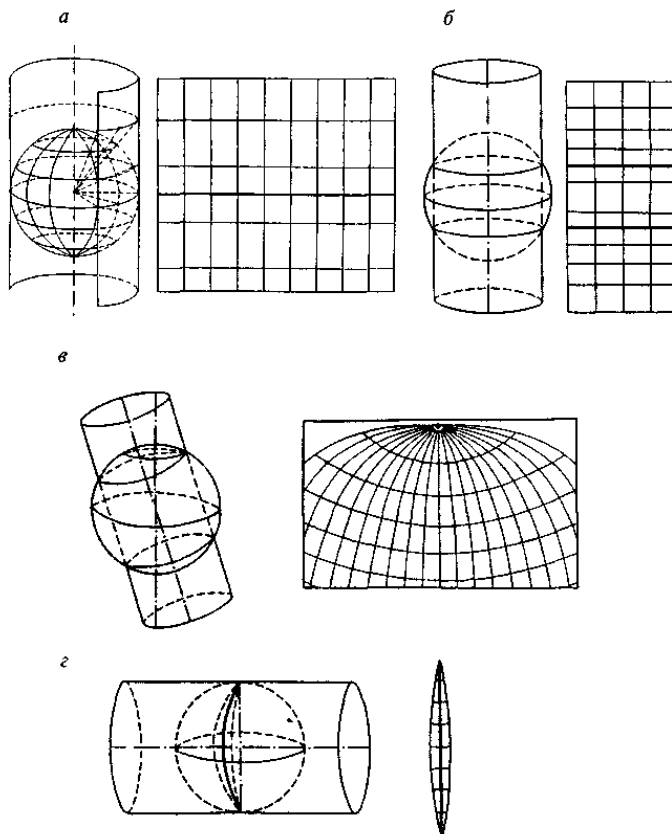
боковая поверхность разворачивается в плоскость. Если ось цилиндра совпадает с осью вращения Земли, а его поверхность касается шара по экватору (или сечет его по параллелям), то проекция называется **нормальной (прямой) цилиндрической**. Тогда меридианы нормальной сетки предстают в виде равноотстоящих параллельных прямых, а параллели — в виде прямых, перпендикулярных к ним. В таких проекциях меньше всего искажений в тропических и приэкваториальных областях.

Если ось цилиндра расположена в плоскости экватора, то это — **поперечная цилиндрическая** проекция. В тех случаях, когда ось вспомогательного цилиндра расположена под углом к плоскости экватора, проекция называется **косой цилиндрической**. Она удобна для вытянутых территорий, ориентированных на северо-запад или северо-восток.

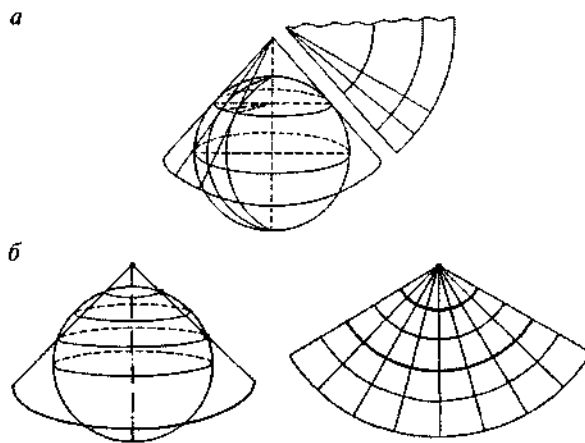
Конические проекции — поверхность шара (эллипсоида) проектируется на поверхность касательного или секущего конуса, после чего она как бы разрезается по образующей и разворачивается в плоскость. Как и в предыдущем случае, различают **нормальную (прямую) коническую** проекцию, когда ось конуса совпадает с осью вращения Земли, **поперечную коническую** — ось конуса лежит в плоскости экватора и **косую коническую** — ось конуса наклонена к плоскости экватора.

В нормальной конической проекции меридианы представляют собой прямые, расходящиеся из точки полюса, а параллели — дуги концентрических окружностей. Воображаемый конус касается земного шара или сечет его в районе средних широт, поэтому в такой проекции удобнее всего картографировать территории России, Канады, США, вытянутые с запада на восток в средних широтах.

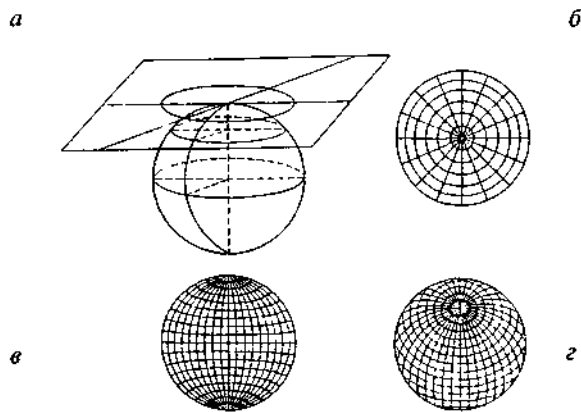
Азимутальные проекции — поверхность земного шара (эллипсоида) переносится на касательную или секущую плоскость. Если плоскость перпендикулярна к оси вращения Земли, то получается **нормальная (полярная) азимутальная** проекция (рис. 38а). Параллели в ней являются концентрическими окружностями, а меридианы — радиусами этих окружностей. В этой проекции всегда картографируют полярные области нашей и других планет.



Цилиндрические проекции.



Нормальная коническая проекция.



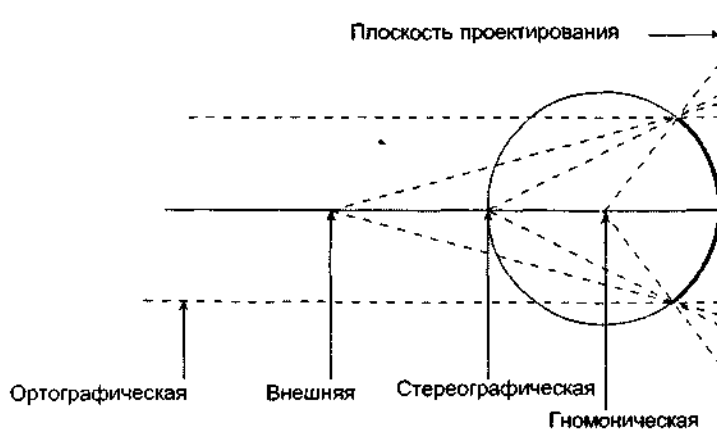
Азимутальные проекции.

Если плоскость проекции перпендикулярна к плоскости экватора, то получается **поперечная (экваториальная) азимутальная** проекция. Она всегда используется для карт полушарий. А если проектирование выполнено на касательную или секущую вспомогательную плоскость, находящуюся под любым углом к плоскости экватора, то получается **косая азимутальная** проекция.

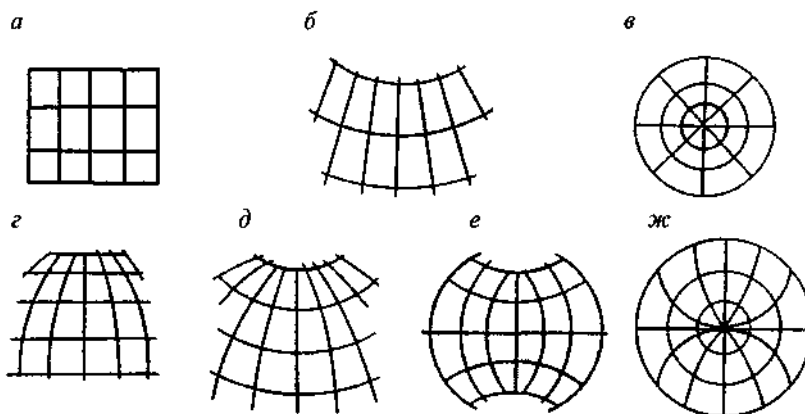
Можно показать, что азимутальные проекции являются предельным случаем конических, когда угол при вершине конуса принимается равным 180° .

Среди азимутальных проекций выделяют несколько их разновидностей, различающихся по положению точки, из которой ведется проектирование шара на плоскость.

<i>Положение точки проектирования относительно шара (эллипсоида)</i>	<i>Название азимутальной проекции</i>
В центре шара	Гномоническая
На противоположном конце диаметра	Стереографическая
За пределами шара на продолжении диаметра	Внешняя
В бесконечности	Ортографическая



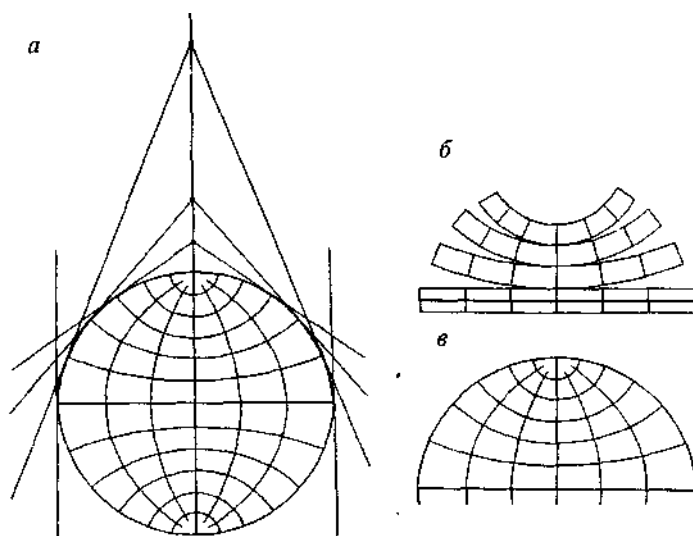
Положение центра проектирования для азимутальных проекций.



Вид сетки меридианов и параллелей в разных картографических проекциях.

a — цилиндрическая, *б* — коническая; *в* — азимутальная; *г* — псевдоцилиндрическая; *д* — псевдоконическая; *е* — поликоническая, *ж* — псевдоазимутальная.

Условные проекции — проекции, для которых нельзя подобрать простых геометрических аналогов. Их строят, исходя из каких-либо заданных условий, например желательного вида географической сетки, того или иного распределения искажений на карте, заданного вида сетки и др. В частности, к условным принадлежат **псевдоцилиндрические, псевдоконические, псевдоазимутальные** и другие проекции, полученные путем преобразования одной или нескольких исходных проекций.



Принцип построения поликонической проекции.
a — положение конусов; *б* — полосы; *в* — развертка.

Поликонические проекции — проекции, получаемые в результате проектирования шара (эллипсоида) на множество конусов. В нормальных поликонических проекциях параллели представлены дугами эксцентрических окружностей, а меридианы — кривые, симметричные относительно прямого среднего меридиана. Чаще всего эти проекции применяются для карт мира.

Многогранные проекции — проекции, получаемые путем проектирования шара (эллипсоида) на поверхность касательного или секущего многогранника. Чаще всего каждая грань представляет собой равнобочную трапецию, хотя возможны и иные варианты (например, шестиугольник, квадрат, ромб).

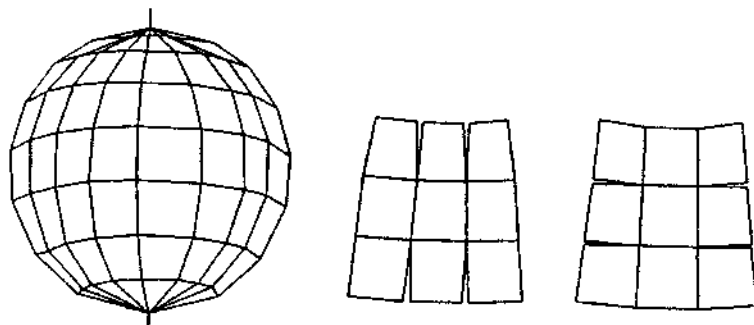


Схема многогранной проекции и расположение листов карт.

Разновидностью многогранных являются **многополосные проекции**, причем полосы могут «нарезаться» и по меридианам, и по параллелям. Такие проекции выгодны тем, что искажения в пределах каждой грани или полосы совсем невелики, поэтому их всегда используют для многолистных карт. Рамка каждого листа, составленного в многогранной проекции, представляет собой трапецию, образованную линиями меридианов и

параллелей. За это приходится «расплачиваться» — блок листов карт нельзя совместить по общим рамкам без разрывов.

Надо отметить, что в наши дни для получения картографических проекций не пользуются вспомогательными поверхностями. Никто не помещает шар в цилиндр и не надевает на него конус. Это всего лишь геометрические аналогии, позволяющие понять геометрическую суть проекции. Изыскание проекций выполняют аналитически. Компьютерное моделирование позволяет достаточно быстро рассчитать любую проекцию с заданными параметрами.

Существуют специальные атласы проекций, позволяющие подобрать нужную проекцию для любой территории.

Выбор проекций

На выбор проекций влияет много факторов, которые можно сгруппировать следующим образом:

- географические особенности картографируемой территории, ее положение на земном шаре, размеры и конфигурация;
- назначение, масштаб и тематика карты, предполагаемый круг потребителей;
- условия и способы использования карты, задачи, которые будут решаться по ней, требования к точности результатов измерений;
- особенности самой проекции — искажения длин, площадей, углов и их распределение по территории, форма меридианов и параллелей, их симметричность, изображение полюсов, кривизна линий кратчайшего расстояния.

Первые три группы факторов задаются изначально, четвертая — зависит от них.

Значимость названных факторов может быть различной: в одном случае на первое место ставят наглядность (например, для настенной школьной карты), в другом — особенности использования карты (навигация), в третьем — положение территории на земном шаре (полярная область). Возможны любые комбинации, а следовательно, и разные варианты проекций, тем более что выбор очень велик. Но все же можно указать некоторые предпочтительные и наиболее традиционные проекции.

Карты мира обычно составляют в цилиндрических, псевдоцилиндрических и поликонических проекциях.

Карты полушарий всегда строят в азимутальных проекциях. Для западного и восточного полушарий естественно брать поперечные (экваториальные), для северного и южного полушарий — нормальные (полярные), а в других случаях (например, для материкового и океанического полушарий) — косые азимутальные проекции.

Карты материков Европы, Азии, Северной и Южной Америки, Австралии с Океанией чаще всего строят в равновеликих косых

азимутальных проекциях, для Африки берут поперечные, а для Антарктиды — нормальную азимутальные проекции

Карты России в целом составляют чаще всего в нормальных конических равнопромежуточных проекциях с секущим конусом, но в некоторых особых случаях — в поликонических, произвольных и др.

Карты отдельных стран, административных областей, провинций, штатов выполняют в косых равноугольных и равновеликих конических или азимутальных проекциях. Для небольших районов задача выбора проекции теряет актуальность, можно использовать разные равноугольные проекции, имея в виду, что искажения площадей на малых территориях почти неощутимы.

Топографические карты в России создают в поперечно-цилиндрической проекции Гаусса—Крюгера, а в США и многих других западных странах — в универсальной поперечно-цилиндрической проекции Меркатора (сокращенно *UTM*). Обе проекции близки по своим свойствам, и та и другая по существу являются многополосными.

Морские и аэронавигационные карты всегда даются в цилиндрической проекции Меркатора, а **тематические карты морей и океанов** — в самых разнообразных, иногда довольно сложных проекциях.

В любом случае при выборе проекции, в особенности для тематических карт, следует иметь в виду, что обычно искажения на карте минимальны в центре и быстро возрастают к краям.

Распознавание проекций

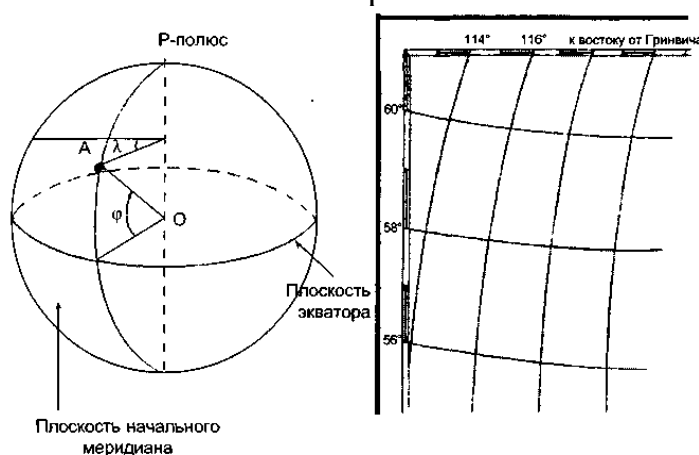
Распознать проекцию, в которой составлена карта, — значит, установить ее название, определить принадлежность к тому или иному виду, классу. Это нужно для того, чтобы иметь представление о свойствах проекции, характере, распределении и величине искажений — словом, для того чтобы знать, как пользоваться картой, чего от нее можно ожидать. Некоторые нормальные проекции сразу распознаются по виду меридианов и параллелей. Например, легко узнаваемы нормальные цилиндрические, псевдоцилиндрические, конические, азимутальные проекции. Но даже опытный картограф не сразу распознает многие произвольные проекции, потребуются специальные измерения по карте.

Существуют специальные таблицы-определители проекций для карт мира, полушарий, материков и океанов. Проведя необходимые измерения по сетке, можно отыскать в такой таблице название проекции. Это даст представление о ее свойствах, позволит оценить возможности количественных определений по данной карте.

Координатные сетки

Координатные сетки — важный элемент математической основы карт. Они необходимы для ориентирования по карте, определения направлений (азимутов, румбов), прокладки маршрутов, нанесения элементов содержания, новых объектов по их координатам и снятия с карты координат объектов. Кроме того, наличие сетки позволяет судить о масштабе карты, виде проекции и распределении искажений в ней. Сетка делает карту картой. На картах используют разные координатные сетки.

Картографическая сетка — это изображение на карте линий меридианов и параллелей (**географической сетки**), отражающих значения долгот, счет которых ведется от начального Гринвичского меридиана, и широт, которые отсчитываются от экватора. Картографическая сетка имеет важный географический смысл, она показывает направления «север — юг» и «запад — восток», позволяет судить о широтных поясах, о расположении объектов относительно стран света. От северного направления меридиана по часовой стрелке отсчитываются географические азимуты, а разность долгот двух пунктов выражает разность их времени. На картах линии географической сетки наносят обычно через равные интервалы: несколько десятков градусов, несколько градусов, минут и даже секунд — все зависит от масштаба и назначения карты.



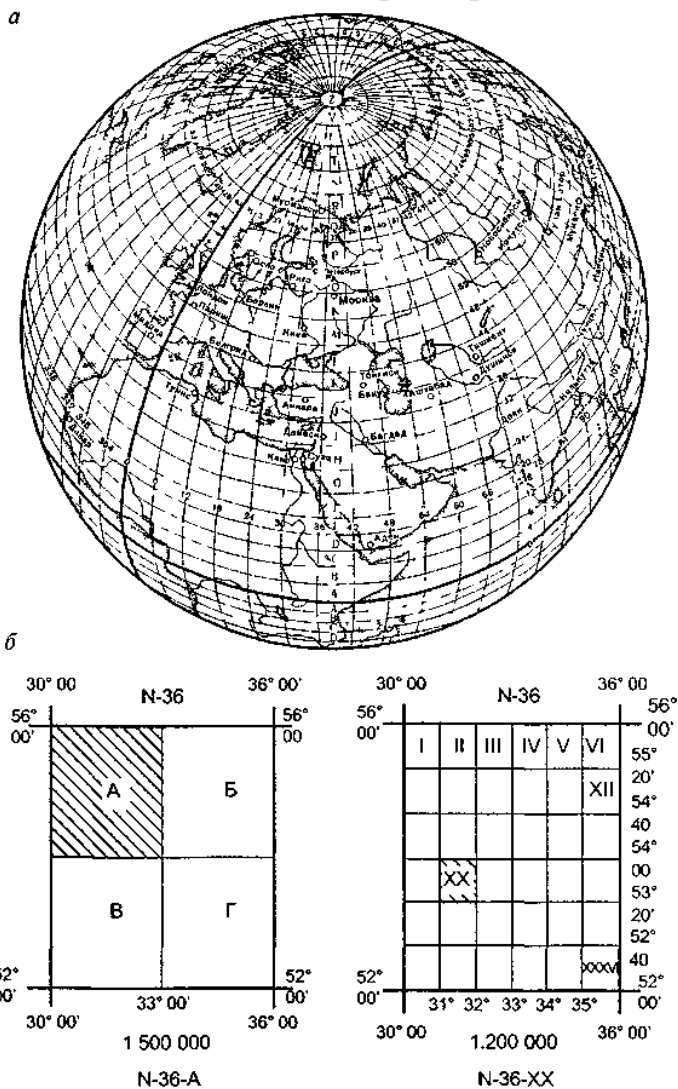
Широта (φ) и долгота (λ) точки A на глобусе и сетка параллелей и меридианов на карте.

Сетка прямоугольных координат (прямоугольная сетка) — стандартная система взаимно перпендикулярных линий, проведенных через равные расстояния, например через определенное число километров (отсюда название **километровая сетка**, или сетка километровых квадратов). Обычно эта сетка наносится на топографические карты и планы, ее вертикальные линии идут параллельно осевому меридиану геодезической зоны (ось абсцисс), а горизонтальные — параллельно экватору (ось ординат); они оцифрованы через километр, а километровая рамка карты имеет более дробные деления. Такая сетка удобна для геодезических вычислений: определения прямоугольных координат, расстояний, дирекционных углов и т.п.

Сетка-указательница — любая сетка на карте, предназначенная для указания местоположения и поиска объектов. Ячейки такой сетки обозначаются буквами и цифрами (допустим, В-3), и это удобно, например, для отыскания населенных пунктов по их названиям, содержащимся в алфавитном географическом указателе. Обычно сетки-указательницы наносятся на карты атласов, а в конце приводится список названий всех объектов, помещенных в атласе.

Разграфка, номенклатура и рамки карты

Разграфка, или нарезка карты — это система деления многолистной карты на листы. Чаще всего применяют два вида разграфки трапециевидная, при которой границами листов служат меридианы и параллели, и прямоугольная, когда карта делится на прямоугольные или квадратные листы одинакового размера.



Разграфка и номенклатура карт.

a — схема разграфки карт масштаба 1:1000000, *б* — разграфка листа N-36 на листы карт масштабов 1:500000 и 1:200000 Заштрихованы листы N-36-A и N-36-XX.

Серии государственных топографических и тематических карт, включающие тысячи листов, имеют в каждой стране стандартную разграфку. Например, в России в основу разграфки топографических карт положена карта масштаба 1:1000000, любой ее лист представляет собой трапецию, которая ограничена меридианами и параллелями, проведенными соответственно через 6 и 4°. Разграфку карт более крупных масштабов получают, деля лист миллионной карты на части. В одном листе миллионной карты содержится четыре листа карты масштаба 1:500000, 36 листов — 1:200000 и т.д.

В некоторых случаях для удобства пользования картами разграфка дается с более или менее значительными перекрытиями листов. Например, морские навигационные карты перекрываются на величину до 10 см — это сделано для удобства прокладки курса судна на смежных листах.

С разграфкой непосредственно связана **номенклатура**, т.е. система обозначения листов в многолистных сериях карт. Для топографических и обзорно-топографических карт установлена единая государственная система номенклатуры, которая начинается с миллионной карты и далее последовательно наращивается.

Схема разграфки обычно дается на специальном **сборном листе**, на котором показывают контуры территории, покрываемой многолистной картой, разделение на отдельные листы и номенклатуру этих листов.

В соответствии с разграфкой меняется и форма рамок карт: они могут быть трапециевидными либо прямоугольными.

Принято различать **внутреннюю рамку**, непосредственно ограничивающую картографическое изображение, **градусную и минутную рамки**, на которые наносят градусные и (или) минутные деления по широте и долготе, а также **внешнюю рамку** — она охватывает всю карту, окаймляет все другие рамки и имеет декоративное значение.

Компоновка

Компоновкой карты называется размещение самого картографического изображения, названия карты, легенды, врезок и других данных внутри рамки и на полях карты. Компоновка считается удачной, если все элементы карты размещены целесообразно, достаточно компактно, но не скученно, ими удобно пользоваться — словом, пространство карты рационально организовано, и изображение зрительно уравновешено.

Подобрать хорошую компоновку не всегда просто, это требует некоторого дизайнерского опыта и художественного вкуса. Приходится учитывать много факторов: проекцию карты, форму изображаемой

территории (акватории) и ее ориентировку внутри рамки, необходимость показа соседних территорий, размер легенды, размещение карт-врезок, дополнительных графиков, диаграмм и т.п.

Особенно много проблем возникает при картографировании территорий со сложной некомпактной конфигурацией. Тогда удаленная часть территории может даваться на врезке (например, на картах европейской части России на врезку часто помещают далеко отстоящие острова Новой Земли). В других случаях выступающие части картографируемой территории выводятся в разрывы рамки. Иногда на врезке повторяется та же территория, но в уменьшенном масштабе. Встречаются и так называемые «плавающие» компоновки, когда на одном листе свободно, без рамок размещаются несколько территорий (или одна территория несколько раз). В зависимости от конфигурации территории выбирают место для размещения названия карты, легенды, масштаба внутри рамки или за ее пределами — варианты дизайнерских решений очень разнообразны.